

РАСЧЁТ СОВМЕСТНО ПРОТЕКАЮЩИХ ПРОЦЕССОВ КОАГУЛЯЦИИ И ОСАЖДЕНИЯ ЧАСТИЦ ДИСПЕРСНОЙ ФАЗЫ СУСПЕНЗИЙ НА ПРИМЕРЕ ВОДНОЙ СУСПЕНЗИИ ДИОКСИДА ТИТАНА

К.В. Золотарёв^{1*}, М.В. Михайлова¹, К.В. Наход¹, А.Н. Михайлов¹,
В.И. Наход¹, Н.Ф. Беляева¹

¹НИИ Биомедицинской химии им. В.Н. Ореховича (ИБМХ), Москва, Россия

MODELING THE SYNCHRONIZED PROCESSES OF COAGULATION AND SEDIMENTATION OF THE DISPERSED PHASE OF A SUSPENSION USING THE AQUEOUS TITANIUM DIOXIDE SUSPENSION AS A SAMPLE

K.V. Zolotaryov, M.V. Mikhailova, K.V. Nakhod, A.N. Mikhailov, V.I. Nakhod, N.F. Belyaeva
(Institute of Biomedical Chemistry, Moscow, Russia)

Резюме. В статье приведён расчёт совместно протекающих процессов коагуляции (по теории Смолуховского) и осаждения (по закону Стокса) частиц дисперсной фазы суспензии. Расчёт основан на вычислении времени изменения размера частиц до определённой кратности в результате коагуляции и подстановке полученного выражения в уравнение закона Стокса. При этом, если проводить расчёт без учёта ортокинетической коагуляции, получается кубическое уравнение, решаемое в общем виде с помощью тригонометрической формулы Виета. Приводится также описание возможного численного решения этого уравнения и описание численного решения уравнения, получающегося при расчёте с учётом ортокинетической коагуляции, приводящей к возникновению агрегатов фрактального характера. В расчёте учитываются допущения, принимаемые в теории Смолуховского, и применяемые для её уточнения эмпирические поправки. Приведена также модификация расчёта для случая осаждения частиц в поле центробежных сил. Приведены примеры расчёта для водной суспензии TiO_2 при различной высоте столба суспензии без учёта ортокинетической коагуляции. Полученные результаты были эмпирически проверены спектрофотометрическим путём. Для оптимизации методики эмпирической проверки представлен спектр поглощения суспензии диоксида титана.

Abstract. In this paper, the modeling of the synchronized processes of coagulation (according to the Smoluchowski theory) and sedimentation (according to the Stokes law) of the particles of the dispersed phase of the suspension is given. The modeling is based on calculating the time of particle size change up to the certain multiplicity as a result of coagulation and substitution of the obtained expression into the Stokes law equation. At the same time, if we perform a calculation without taking into account orthokinetic coagulation, we obtain a cubic equation that can be solved in general form by means of Viet's trigonometric formula. A description of the possible numerical solution of this equation and a description of the numerical solution of the equation obtained in the modeling with allowance for orthokinetic coagulation leading to the appearance of aggregates of a fractal nature are also given. The calculation takes into account the assumptions made in Smoluchowski's theory and the empirical corrections used to refine it. A modification of the calculation for the case of particle sedimentation in the field of centrifugal forces is also given. Examples of calculations for an aqueous suspension of TiO_2 at different suspension column heights without taking into account orthokinetic coagulation are given. The obtained results were empirically tested spectrophotometrically. To optimize the method of empirical verification, the absorption spectrum of a suspension of titanium dioxide is presented.

Ключевые слова: коагуляция, осаждение, дисперсная фаза суспензий, диоксид титана.

Keywords: coagulation, sedimentation, dispersed phase of a suspension, titanium dioxide.

*Золотарёв Константин Владимирович, лаб. экобиотехнологии ИБМХ. 121170, РФ, г. Москва, ул. Генерала Ермолова, 14-65. Тел.: +7 916 433 17 90, e-mail: fireaxe@mail.ru

Поступила в редакцию: 9 Августа 2017

1. Введение

Суспензия (т.е. дисперсная система с жидкой дисперсионной средой и твёрдой дисперсной фазой) является одним из наиболее распространённых в природе и применяемых в человеческой деятельности типов дисперсных систем. Эта система потенциально неустойчива, причём устойчивость системы падает при её отдалении от гомогенности путём уменьшения дисперсности, т.е. при росте размера частиц. Разность плотностей твёрдой и жидкой фаз приводит к возникновению потенциальной энергии осаждения частиц твёрдой фазы в гравитационном поле или в поле каких-либо инерционных сил, например, центробежных. Различие свойств поверхностей фаз (например, электростатических свойств) часто приводит к возникновению потенциальной энергии коагуляции частиц. Это явление распространено в водных суспензиях, особенно при добавлении электролитов, ионы которых оказывают влияние на перераспределение молекул воды.

Для решения научных и технологических задач часто бывает важно иметь возможность количественно оценить скорость протекания процессов коагуляции и осаждения частиц суспензии. Эти явления могут быть как желательными, так и нежелательными, но практически никогда не являются нейтральными. В настоящее время имеются хорошо подтверждающиеся эмпирически теории: описывающая коагуляцию теория Смолуховского и описывающий осаждение частиц суспензии закон Стокса. Однако на практике трудно изолировать эти процессы, поскольку при коагуляции растёт размер частиц, что оказывает влияние на скорость их осаждения согласно закону Стокса. В связи с этим можно считать, что решение задачи расчёта совместно протекающих процессов коагуляции и осаждения частиц дисперсной фазы суспензии является актуальным и важным.

2. Расчёт среднего диаметра частиц по их распределению по диаметрам

Любая существующая в природе суспензия не монодисперсна, т. е. в ней существует распределение по линейным размерам (средним по осям координат диаметрам) частиц дисперсной фазы. Характер такого распределения может быть разным, но, тем не менее, его всегда можно описать колоколообразной кривой зависимости плотности вероятности $\partial p / \partial D$, m^{-1} , от среднего по осям координат диаметра частицы D , m . При этом p – вероятность того, что для каждого D_i средний по осям координат диаметр той или иной частицы $D < D_i$, т. е. p – доля частиц среди всех с таким диаметром. С помощью этой зависимости можно рассчитать среднестатистическое значение D с учётом распределения (т. е. математическое ожидание):

$$\bar{D} = \int_0^{\infty} (\partial p / \partial D) D dD. \quad (1)$$

В реальных условиях невозможно получить распределение в пределах от 0 до ∞ , поскольку эти значения недостижимы. Исходя из возможностей используемых методик измерения и аппаратуры, можно получить распределение в пределах от

минимального до максимального измеряемого значения D . Таким образом, математическое ожидание будет рассчитываться по формуле:

$$\bar{D} = \int_{D_{\min}}^{D_{\max}} (\partial p / \partial D) D dD, \quad (2)$$

где D_{\min} и D_{\max} - минимальное и максимальное измеряемое значение D соответственно.

3. Расчёт изменения количества частиц в единице объёма и среднего диаметра частицы по теории быстрой коагуляции Смолуховского

Теория Смолуховского основана на том, что коагуляция происходит в результате неупругих соударений при броуновском движении частиц. При этом в 1-м приближении можно считать, что каждое соударение приводит к слипанию частиц (т. е. в таком расчёте пренебрегается энергетический барьер, который необходимо преодолеть частицам при соударении для слипания). Тогда, согласно молекулярно-кинетической теории, время быстрой коагуляции θ_6 , с, равно промежутку времени, за который число частиц в единице объёма уменьшается вдвое, рассчитывается по формуле:

$$\theta_6 = \frac{3\mu}{8k_6 T \nu_0}, \quad (3)$$

где μ – динамическая вязкость дисперсионной среды (в д. сл. воды), Па·с; $k_6 = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К – постоянная Больцмана; T – абсолютная температура, К; ν_0 – исходное число частиц в единице объёма, m^{-3} .

Исходные частицы можно, как правило, считать сферическими. В случае иной формы применяются эмпирический поправочный множитель ϕ , по умолчанию равный 1 и умножающийся на размер частиц (Табл. 1) [2].

Таблица 1. Эмпирический поправочный множитель ϕ , учитывающий отклонение формы частиц дисперсной фазы суспензии от сферической

Форма частицы	ϕ
Округлая	0,77
Угловатая	0,66
Продолговатая	0,58
Пластинчатая	0,43

Кроме того, объём исходной суспензии следует принять равным объёму дисперсионной среды, а суспензию считать монодисперсной с размером частиц, равным среднему. Исходное количество частиц в единице объёма можно рассчитать, зная исходную массу и средний размер частиц:

$$\nu_0 = \frac{6m}{\pi \rho V \phi^3 \bar{D}_0^3}, \quad (4)$$

где \bar{D}_0 – среднее исходное значение усреднённого по осям координат диаметра частицы, м;

m – общая масса частиц дисперсной фазы, кг;

V – объём суспензии, м³;

ρ – плотность частиц дисперсной фазы, кг/м³.

Общее число частиц v_{Σ} по истечении времени τ рассчитывается по формуле:

$$v_{\Sigma} = \frac{V_0}{1 + \tau / \theta}, \quad (5)$$

где θ – время половинной коагуляции, с; согласно принятым допущениям, оно принимается равным времени быстрой коагуляции θ_6 .

Далее нужно выразить соотношение размеров частиц через соотношение их количества. Последовательность присоединения частиц друг к другу подчиняется закономерностям фрактальной геометрии, а именно:

$$\bar{D}_k = \bar{D}_0 k^{1/d_f}, \quad (6)$$

где k – порядок частицы по последовательности слипания;

\bar{D}_k – среднее значение усреднённого по осям координат диаметра частицы k -того порядка, м;

d_f – фрактальная размерность. Для трёхмерного пространства $d_f = 2,5$ [3].

Если k – порядок частицы по последовательности слипания, то

$$\bar{D}_k = \bar{D}_0 \left(\frac{V_0}{V_{\Sigma}} \right)^{1/d_f} = \bar{D}_0 (1 + \tau / \theta)^{1/d_f}. \quad (7)$$

4. Расчёт продолжительности осаждения частиц, подвергающихся коагуляции, без учёта и с учётом фрактального характера образующихся агрегатов

В законе Стокса гидравлическое сопротивление выражено вязким трением жидкости о боковые поверхности движущейся частицы, в то время как лобовое сопротивление имеет по сравнению с трением незначительную величину и им пренебрегают. Такой режим движения частиц в жидкости принято называть ламинарным. На практике критерием ламинарности режима является значение безразмерного критерия Рейнолдса, меньшее 2. Этот критерий относится к критериям гидродинамического подобия и характеризует отношение инерционных сил к силам вязкого трения в гидродинамических потоках; он выражается следующим образом:

$$Re = \frac{wD\rho_0}{\mu}, \quad (8)$$

где w – скорость осаждения частиц (постоянна, т.к. сила вязкого трения уравновешивает инерционные силы), м/с;

ρ_0 – плотность дисперсионной среды, кг/м³;

D – диаметр частиц, м.

В нашем расчёте, как уже было сказано, принимается допущение $D \equiv \bar{\varphi} \bar{D}$.

Так, если $Re < 2$, то

$$w < \frac{2\mu}{\bar{\varphi} \bar{D} \rho_0}. \quad (9)$$

Согласно закону Стокса,

$$\frac{L}{\tau} = w = \frac{(\rho - \rho_0)g\varphi^2 \bar{D}^2}{18\mu}, \quad (10)$$

где L – пройденное частицей расстояние, м, за время τ , с;
 $g = 9,8 \text{ м/с}^2$ – ускорение свободного падения.

Согласно выражениям (9) и (10), условие выполнимости закона Стокса при осаждении в поле силы тяжести выглядит следующим образом:

$$\bar{D} < \frac{1}{\varphi} \sqrt[3]{\frac{36\mu^2}{\rho_0 g (\rho - \rho_0)}}, \quad (11)$$

т.е., например, для водной суспензии TiO_2 частицы не должны превышать в размере примерно 2 см. Суспензии, не соответствующие этому условию, осаждаются очень быстро и обычно не рассматриваются в качестве устойчивых дисперсных систем.

Если подставить правую часть уравнения (7) в выражение закона Стокса (10) вместо \bar{D} , то получится

$$\tau(1 + \tau/\theta)^{2/d_f} - T = 0; \quad T \equiv \frac{18\mu L}{(\rho - \rho_0)g\varphi^2 \bar{D}_0^2}. \quad (12)$$

Полученное уравнение (12) не решается аналитически, поэтому дальнейший расчёт можно вести двумя способами: 1) - используя эмпирическое выражение соотношения размеров частиц через соотношение их количества или 2) - путём численного решения уравнения (12). Для ведения расчёта первым способом необходимо провести эмпирическое моделирование коагуляции и осаждения в суспензии.

Диоксид титана – одно из наиболее нейтральных и устойчивых соединений, практически нерастворим в воде. Благодаря этому TiO_2 позволяет практически без погрешности, вызванной взаимодействием с водой, моделировать процессы коагуляции и осаждения. Согласно фотографиям агрегата частиц диоксида титана, полученным с помощью сканирующего электронного микроскопа [1], отношение среднего диаметра агрегата частиц к среднему диаметру одной частицы примерно в 4 раза меньше количества частиц в агрегате. Благодаря нейтральности TiO_2 для водных и близких к ним суспензий это соотношение можно считать эталонным, однако при наличии других данных по той или иной дисперсной системе следует взять другое соотношение. Таким образом, средний расчётный диаметр частицы \bar{D}_p после хранения суспензии в течение времени τ можно приблизительно рассчитать следующим образом:

$$\bar{D}_p = \frac{\bar{D}_0 v_0}{n v_\Sigma}, \quad (13)$$

где n – отношение средних диаметров частицы по истечении времени τ и в начальный момент времени, т.е. кратность коагуляции частиц. Для водной суспензии TiO_2 $n = 4$.

Согласно выражениям (5) и (13),

$$\bar{D}_p = \frac{\bar{D}_0(1 + \tau/\theta)}{n}. \quad (14)$$

Если подставить правую часть последнего уравнения в выражение закона Стокса (10) вместо \bar{D} , то получится

$$\tau(1 + \tau/\theta)^2 - K = 0; \quad K \equiv \frac{18n^2\mu L}{(\rho - \rho_0)g\varphi^2 \bar{D}_0^2}. \quad (15)$$

Если преобразовать полученное выражение, то получится приведённое к виду

$$x^3 + ax^2 + bx + c = 0 \quad (16)$$

кубическое уравнение

$$\tau^3 + 2\theta\tau^2 + \theta^2\tau - \theta^2K = 0. \quad (17)$$

Проще всего решить такое уравнение с помощью тригонометрической формулы Виета. Для этого вначале надо вычислить вспомогательные величины Q, R и S:

$$Q = \frac{a^2 - 3b}{9} = \frac{\theta^2}{9} \quad (18)$$

$$R = \frac{2a^3 - 9ab + 27c}{54} = -2\theta^2 \left(\frac{\theta}{54} + \frac{K}{4} \right) \quad (19)$$

$$S = Q^3 - R^2. \quad (20)$$

Поскольку $S < 0$, а $Q > 0$, уравнение будет иметь 1 действительный корень, вычисляемый по формуле

$$\tau = -2 \operatorname{sgn}(R) \sqrt{Q} \operatorname{ch} \left(\frac{1}{3} \operatorname{Arch} \frac{|R|}{\sqrt{Q^3}} \right) - \frac{a}{3} = \frac{2\theta}{3} \left(\operatorname{ch} \left(\frac{1}{3} \operatorname{Arch} \left(1 + \frac{13,5K}{\theta} \right) \right) - 1 \right), \quad (21)$$

где $\operatorname{sgn}(R)$ – множитель, равный 1 с тем же знаком, что и у R (в данном случае $\operatorname{sgn}(R) = -1$); ch – обозначение гиперболического косинуса, $\operatorname{ch}(x) = (e^x + e^{-x})/2$;

Arch – обозначение гиперболического арккосинуса, $\operatorname{Arch}(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 - 1})$.

Надо отметить, что условие $S < 0$ выполняется в широком диапазоне значений θ и K, $Q > 0$ всегда, поэтому можно считать, что ход решения уравнения одинаков при любых разумных значениях θ и K.

Таким образом, время, за которое частицы монодисперсной суспензии коагулируются без энергетического барьера до состояния среднего диаметра частицы, в n раз превышающего диаметр исходных частиц, и осадут на высоту L, рассчитывается по формуле

$$\tau = \frac{\mu}{4k_B T v_0} \left(\operatorname{ch} \left(\frac{1}{3} \operatorname{Arch} \left(1 + \frac{648n^2 L k_B T v_0}{(\rho - \rho_0) g \varphi^2 \bar{D}_0^2} \right) \right) - 1 \right). \quad (22)$$

Если известны энергетический барьер коагуляции при столкновении частиц ΔE , Дж/моль, и стерический безразмерный множитель P, учитывающий взаимное расположение частиц в пространстве при столкновении, то можно уйти от допущения теории Смолуховского (где каждое соударение частиц приводит к коагуляции):

$$\theta = \frac{\theta_0 e^{\frac{\Delta E}{RT}}}{P} \quad (23)$$

тогда

$$\tau = \frac{\mu e^{\frac{\Delta E}{RT}}}{4k_B TP v_0} \left(ch \left(\frac{1}{3} \text{Arch} \left(1 + \frac{648n^2 Lk_B TP v_0}{(\rho - \rho_0) g \varphi^2 \bar{D}_0^2 e^{\frac{\Delta E}{RT}}} \right) \right) - 1 \right), \quad (24)$$

где $R = 8,31$ Дж/(моль·К) – универсальная газовая постоянная.

Если \bar{D}_0 необходимо рассчитать из распределения согласно п. 1, то последнее выражение примет вид:

$$\tau = \frac{\mu e^{\frac{\Delta E}{RT}}}{4k_B TP v_0} \left(ch \left(\frac{1}{3} \text{Arch} \left(1 + \frac{648n^2 Lk_B TP v_0}{(\rho - \rho_0) g e^{\frac{\Delta E}{RT}} \varphi^2 \left(\int_{D_{\min}}^{D_{\max}} (\partial p_0 / \partial D) D dD \right)^2} \right) \right) - 1 \right), \quad (25)$$

где $\partial p_0 / \partial D$ – плотность вероятности при распределении частиц суспензии по средним по осям координат диаметрам в начальный момент времени (т. е. в тот момент, который можно принять как начальный).

С помощью приведённых выше соотношений можно рассчитать и предсказать, за какое время произойдёт коагуляция частиц до состояния среднего диаметра, в n раз превышающего диаметр исходных частиц, и осаждение их на заданную высоту.

Уравнение (15) можно решить также численным методом. Для этого, рассчитав для каждого конкретного случая значения θ и K , нужно с определённым шагом вычислить значения левой части уравнения при переменном τ . Найдя интервал значений τ , внутри которого знак этой функции меняется, можно провести одну или несколько дополнительных итераций (в зависимости от необходимой точности расчёта) по уточнению решения уравнения, которым будет считаться середина интервала. График функции, представляющей собой левую часть уравнения, в зависимости от τ при исходных данных из табл. 2 и 1-й строки табл. 3 представлен на рис. 1.

Следует отметить, что функция, представляющая собой левую часть уравнения (15), не несёт чётко определяемого физического смысла. Для графической иллюстрации исследуемых процессов больше подходит функция условной переменной высоты столба h , равной произведению скорости осаждения w на время τ . Величина носит условный характер из-за допущения о монодисперсности суспензии, однако она способна давать представление о совместно протекающих процессах коагуляции и осаждения. График этой функции при тех же исходных данных представлен на рис. 2; точка его пересечения с осью абсцисс является также решением уравнения (15).

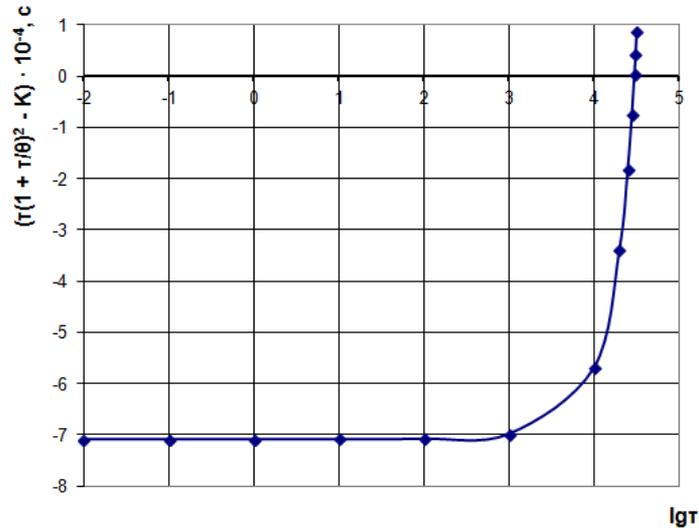


Рис. 1. График функции, нуль которой является решением уравнения (12)

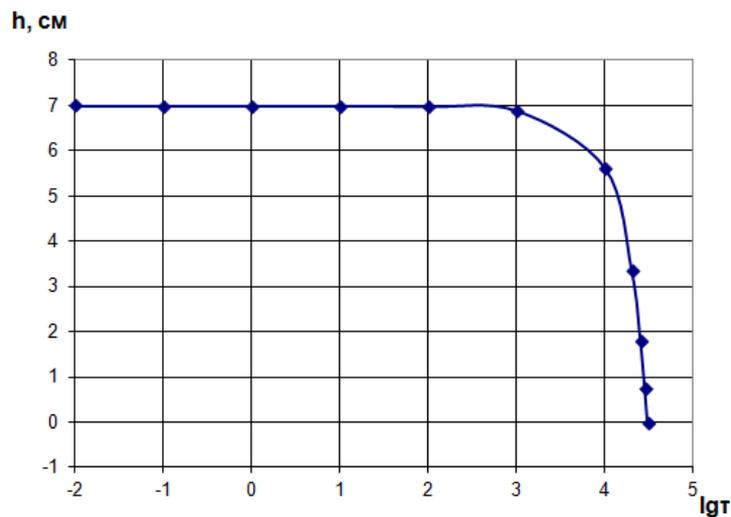


Рис. 2. График зависимости условной переменной высоты столба суспензии от времени

Если вести расчёт с учётом фрактального характера образующихся агрегатов, то необходимо численно решить уравнение (12) относительно времени τ . Однако численный расчёт менее удобен для автоматизации и включения его как этапа в другие расчёты. В следующем разделе будет показано, что для практического применения можно с достаточной достоверностью вести расчёт по результатам аналитического решения задачи.

5. Применение расчёта для водной суспензии диоксида титана и эмпирическая проверка результатов расчёта

Исходные данные для расчёта коагуляции и осаждения суспензии TiO_2 с разной концентрацией и высотой столба приведены в табл. 2, результаты – в табл. 3 (расчёт проводился по формуле 19).

Таблица 2. Общие исходные данные для расчёта коагуляции и осаждения водной суспензии TiO₂

Величина	Обозначение в тексте	Значение
Динамическая вязкость дисперсионной среды	μ	$1 \cdot 10^{-3}$ Па·с
Плотность частиц дисперсной фазы	ρ	$4,23 \cdot 10^3$ кг/м ³
Плотность дисперсионной среды	ρ_0	$1 \cdot 10^3$ кг/м ³
Абсолютная температура суспензии	T	293 К
Среднее исходное значение усреднённого по осям координат диаметра частиц*	\overline{D}_0	$3 \cdot 10^{-6}$ м
Эмпирический поправочный множитель, учитывающий форму частиц дисперсной фазы	φ	1
Кратность коагуляции частиц дисперсной фазы	n	4

*Определено методом фотонной корреляционной спектроскопии лазерным анализатором размера частиц BECKMAN COULTER N5. Измерение основано на облучении частиц лазером определённой длины волны и снятии спектра рассеянного ими излучения. На основе спектра компьютерной программой, связанной с прибором, вычисляются коэффициенты диффузии, далее по формуле Стокса-Эйнштейна при указанных в таблице значениях температуры и вязкости рассчитываются размеры частиц. Значение \overline{D}_0 программа определяет по формуле (2).

Таблица 3. Расчётное время коагуляции до состояния среднего диаметра, в 4 раза превышающего диаметр исходных частиц, и осаждения суспензий TiO₂ с различной концентрацией и высотой столба

Концентрация дисперсной фазы суспензии, мг/л	Высота столба L, см	Время
100	7	9 ч 20 мин
50	1,3	36 мин
10	4,3	10 ч 55 мин

Суспензия диоксида титана, как и любая другая суспензия, поглощает электромагнитное излучение. Если не учитывать дифракцию излучения, вызванную поверхностями частиц, то по закону Бера-Ламберта оптическая плотность суспензии прямо пропорциональна её концентрации (т.е. концентрации дисперсной фазы, в данном случае TiO₂). Коэффициент пропорциональности (коэффициент экстинкции) зависит от длины волны монохромного излучения, при котором измеряется оптическая плотность. Чем он выше, тем больше чувствительность измерения. Для нахождения оптимальной длины волны был снят спектр поглощения суспензии оксида титана с концентрацией 20 мг/л сразу после приготовления (рис. 3). Спектр поглощения суспензии диоксида титана в УФ-области имеет пик при длине волны 330 нм, а в видимой области – небольшой пик при 658 нм (на рис. 3 не показан). Для количественного измерения концентрации оптимальна длина волны 330 нм, а при 658 нм можно измерять степень осаждения диоксида титана во времени без разбавления суспензии с исходной концентрацией 100 мг/л.

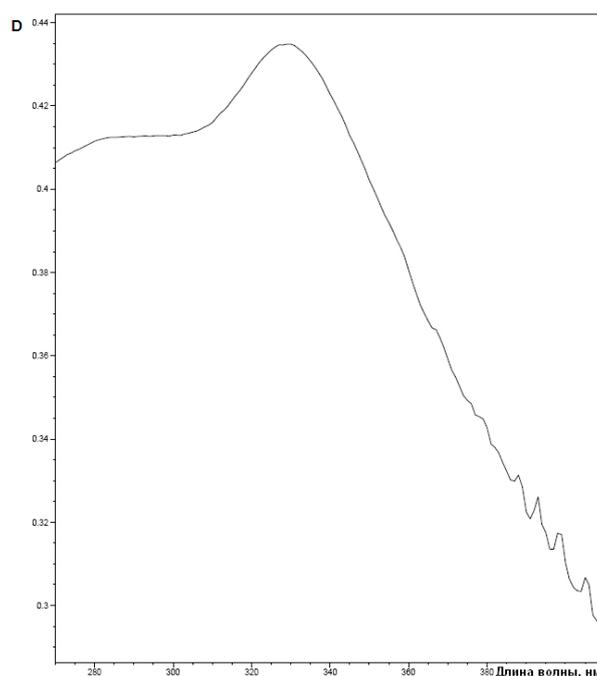


Рис. 3. Спектр поглощения водной суспензии TiO₂ с концентрацией 20 мг/л

Чтобы минимизировать влияние градиента концентрации осаждающейся суспензии, целесообразно отбирать пробы для измерения оптической плотности примерно с середины высоты столба суспензии.

Результаты спектрофотометрического измерения степени осаднения суспензии TiO₂, подтверждающие расчётные данные для суспензии с концентрацией 100 мг/л, приведены на рис. 4. Как видно из этих данных, результаты расчёта по формуле, выведенной при аналитическом решении задачи, хорошо подтверждаются на практике.

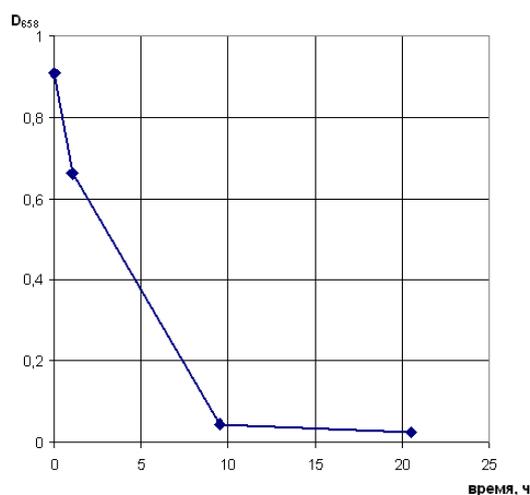


Рис. 4. Изменение оптической плотности при длине волны 658 нм водной суспензии диоксида титана с концентрацией 100 мг/л при её коагуляции и осаднении в водном растворе солей с проводимостью 0,3 мСм/см

6. Модификация расчёта для осаждения частиц в поле центробежных сил

В случае действия центробежных сил на частицу действует не только ускорение свободного падения, но и центростремительное ускорение. Максимальное его значение составит

$$a_{ц} = 4\pi^2 f^2 (L + r), \quad (26)$$

где f – частота вращения, c^{-1} ; r – расстояние от начальной точки движения частицы при осаждении до оси вращения, м.

Результирующее ускорение будет являться векторной суммой g и $a_{ц}$. Обычно вращение происходит в горизонтальной плоскости, тогда по модулю результирующее ускорение будет равно квадратному корню из суммы квадратов g и $a_{ц}$. Обычно значение $a_{ц}$ существенно больше значения g , поэтому последним пренебрегают. Так или иначе, для расчёта совместно протекающих процессов коагуляции и осаждения в поле центробежных сил во всех указанных ранее выражениях вместо g нужно подставить результирующее ускорение. При этом расчёт ведётся с некоторым запасом, поскольку в нём используется максимальное центростремительное ускорение, возникающее в самой дальней от оси вращения точке.

Работа выполнена в рамках Программы фундаментальных научных исследований государственных академий наук на 2013 – 2020 годы.

Литература

1. Cabrera, M.I., Alfano, O.M., Cassano, A.E. (1996). Absorption and Scattering Coefficients of Titanium Dioxide Particulate Suspensions in Water. *J. Phys. Chem.*, 100(51), 20043-20050.
2. Kasatkin, A.G. (1970). *Main Processes and Devices of the Chemical Technology, Chemistry*, 753 p. (In Russian).
3. Kim, J.W., Kramer, T.A. (2006). Improved orthokinetic coagulation model for fractal colloids: Aggregation and breakup. *Chem. Eng. Sci.*, 61, 45-53.